

# 多数の円形荷重により矩形荷重を模擬した 舗装の多層弾性解析手法

坪川将丈\*・河村直哉\*\*・荒井淳希\*\*\*

## 要 旨

円形荷重のみを考慮可能な舗装構造解析用の多層弾性解析プログラムGAMESを用いて、寸法の大  
きな矩形荷重を多数の円形荷重で模擬する多層弾性解析手法を検討した。その結果、円形荷重の半径  
が解析精度に影響を及ぼすことを明らかにし、少ない円形荷重で矩形荷重を模擬する方法を提案した。

キーワード：多層弾性解析，GAMES，矩形荷重，アスファルト舗装，コンクリート舗装

---

\* 空港研究部 空港新技術研究官

\*\* 空港研究部 主任研究官

\*\*\* 空港研究部空港施設研究室 研究官

## 目 次

1. はじめに	1
2. 予備解析	2
2.1 A 法	2
2.2 B 法	4
2.3 小さな矩形荷重に対する予備解析	4
2.4 大きな矩形荷重に対する予備解析	5
3. 矩形荷重に対するアスファルト舗装の解析手法	6
3.1 A 法及び B 法による解析	6
3.2 B 法の基本円半径を決定する予備解析手法	9
3.3 B 法の基本円が 101 個以上の場合の解析手法	11
3.4 アスファルト舗装のまとめ	11
4. 矩形荷重に対するコンクリート舗装の解析手法	13
4.1 A 法及び B 法による解析	13
4.2 A 法を簡略化した C 法及び D 法による解析	15
4.3 D 法における荷重ユニット端近傍の解析精度	16
4.4 コンクリート舗装のまとめ	18
5. 結論	18
6. おわりに	18
参考文献	19



## 1. はじめに

舗装の設計では、舗装表面に載荷される各種車両や航空機の載荷重により、アスファルト舗装やコンクリート舗装の内部に発生する応力やひずみを算出する場合がある。一般に【有限要素解析】【多層弾性解析】と呼ばれる二つの舗装構造解析手法が用いられる。

有限要素解析については、断面二次元解析ではなく三次元解析が用いられる。これは例えば、舗装表面に縦 300 mm×横 300 mm の載荷重を設定する場合、断面二次元解析では断面平行方向の長さが 300 mm×断面直交方向の長さが無限大の載荷重になるため、舗装表面の載荷重の位置、間隔、形状を正確に考慮することができないためである。三次元有限要素解析では載荷重の接地形状を矩形とすることが多い。これは、対象とする舗装構造に対して水平 $x$ 方向、水平 $y$ 方向、鉛直 $z$ 方向に平行・直交した要素分割を行い、多数の節点及び立方体要素から構成される解析モデルを用いることが多いためである。有限要素解析では解析領域を適切に定め、境界条件を設定することが必要となるが、コンクリート舗装の解析では、コンクリート版下面と路盤上面の付着を切る設定が必要となる。市販の有限要素解析プログラムで解析を行うことが可能であるが、我が国の舗装工学分野では、西澤<sup>1),2)</sup>が開発した三次元有限要素解析プログラムが著名である。

一方、多層弾性解析では載荷重の接地形状を必ず円形とする。これは、我が国の舗装工学分野では松井<sup>3)</sup>が開発した多層弾性解析プログラム GAMES が広く普及しており、GAMES は最大 100 個までの円形荷重に対応しているためである。GAMES は土木学会舗装工学委員会 HP ( <https://www.jsce.or.jp/committee/pavement/downloads/> ) 及び NPO 法人舗装診断研究会 HP ( <http://pdrg.org/ダウンロード/> ) から無償でダウンロードすることが可能である。

一般に、舗装構造解析で対象とする載荷重の縦横寸法は数百 mm 程度、縦横比は 1:1 程度であることがほとんどであるため、矩形荷重面積と円形荷重面積が同値であると仮定し、矩形荷重面積から円形荷重の半径を算出し多層弾性解析を実施することや、逆に、円形荷重面積から矩形荷重の辺長を算出し三次元有限要素解析を実施することが多い。しかしながら港湾舗装の設計では、荷役機械のアウトリガーやクローラークレーンのクローラ（履帯）のような長辺と短辺が数 m 程度で、かつ、縦横比が大きな矩形荷重を対象とした舗装構造解析が必要となる場合がある。この場合、三次元有限要素解析を用いることとなるが、舗装応答が急激に変化すると考えられる部位については十分に細かく要素分割する必要があることや、前述の境界条件設定が必要となること等、設定が若干煩雑である。

一方、GAMES による多層弾性解析では、有限要素解析のような要素分割が不要であり、水平 $x$ 方向、水平 $y$ 方向、鉛直 $z$ 方向（下方方向）へ無限に続く層構造の解析を行うため、境界条件設定も不要である。また、GAMES における前述のコンクリート版下面と路盤上面の付着を切る設定は、コンクリート版と路盤層の層間すべり率を 0.99 とすることのみで設定が可能であり、非常に扱いやすい特徴を有する。ただし前述のとおり、GAMES では矩形荷重を考慮することができない。

以上の背景から、取扱いが非常に簡便な多層弾性解析プログラム GAMES を用いて、寸法の大きな矩形荷重を、多数の小さな円形荷重を敷き詰めることにより模擬した多層弾性解析手法の確立を目的として本研究を実施した。なお、GAMES において設定する円形荷重が 100 個を超過する場合は、100 個以下の円形荷重群に分割して実施した解析結果を重ね合わせることで結果を得た。例えば図-2.2 に示す A 法では 101 個の円形荷重を設定するため、基本円 1 個の解析結果と、隅角円 100 個の解析結果を重ね合わせている。

## 2. 予備解析

GAMES を開発した松井らによる既往論文<sup>4)</sup>に、矩形荷重によるアスファルト舗装の多層弾性解析条件及び解析結果が示されており、その解析条件及び解析結果をまとめると図-2.1 のようになる。そこで2章では、多数の円形荷重により矩形荷重を模擬するために考案したA法及びB法により、図-2.1の解析結果の再現が可能なことを確認することとした。なお、既往論文で用いられている矩形荷重の寸法は、自動車の輪荷重を想定したものである。

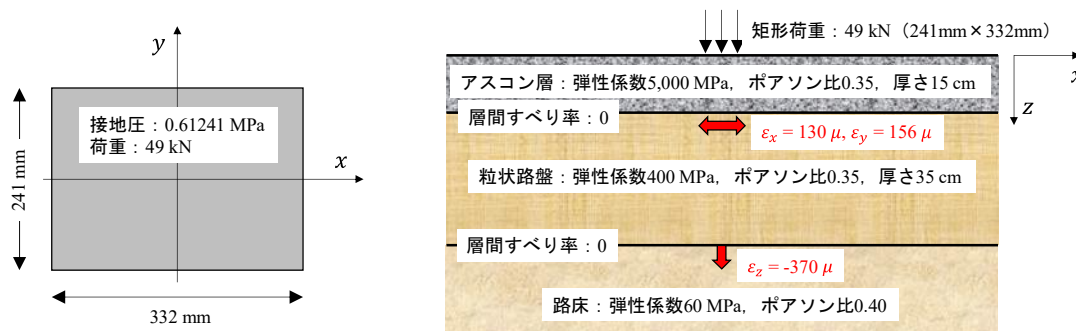


図-2.1 既往論文<sup>4)</sup>の矩形荷重を対象とした多層弾性解析条件と解析結果

### 2.1 A法

このA法はGAMESにおける荷重の設定が非常に煩雑であるため、実用には向かない方法と考えているが、以降の検討で解析精度を確認するために必要な、真値とみなせる値を算出する方法として考案したものである。これは【応答が大きくなる荷重ユニット中央部には隙間を配置しない】【円形荷重間の隙間面積及び重複面積を小さくする】【円形荷重の種類及び数を多くしない】等を念頭に考案した方法である。

A法は図-2.2に示すとおり、図-2.1の矩形荷重を11個の荷重ユニット（1辺の長さを $B$ とした正方形）に分割し、それぞれの荷重ユニット中央部に1個の基本円（半径 $R = B/2$ ）、荷重ユニット隅角部に100個の隅角円（半径 $r1$ 及び $r2$ ）を配置する方法である。図-2.2の中央に配置している1個の大きな荷重ユニットの基本円半径 $R$ は120.5 mm、その両脇に配置している10個の小さな荷重ユニットの基本円半径 $R$ は23.415 mmである。

荷重ユニット隅角部に配置する隅角円は2種類とし、図-2.3のように、隅角円1は $0.1 \cdot R$ 四方の正方形と同一面積となる半径 $r1 = 0.0564 \cdot R$ の円形荷重、隅角円2は $0.1 \cdot R \times 0.05 \cdot R$ の矩形と同一面積となる半径 $r2 = 0.0399 \cdot R$ の円形荷重である。GAMESにおける荷重条件の入力が容易となることを優先し、荷重ユニット内部を $0.1 \cdot R$ 四方（20列×20列）に分割した升目の中央に隅角円の中心を配置したため、基本円と隅角円及び隅角円同士は若干重なっている。A法における荷重ユニットの1/4の範囲に配置される25個の隅角円中心座標は表-2.1のとおりである。

このA法では、荷重ユニット面積と円形荷重面積合計がほぼ等しいため、基本円、隅角円1及び隅角円2の接地圧は図-2.1の矩形荷重と同値の0.61241 MPaとした。

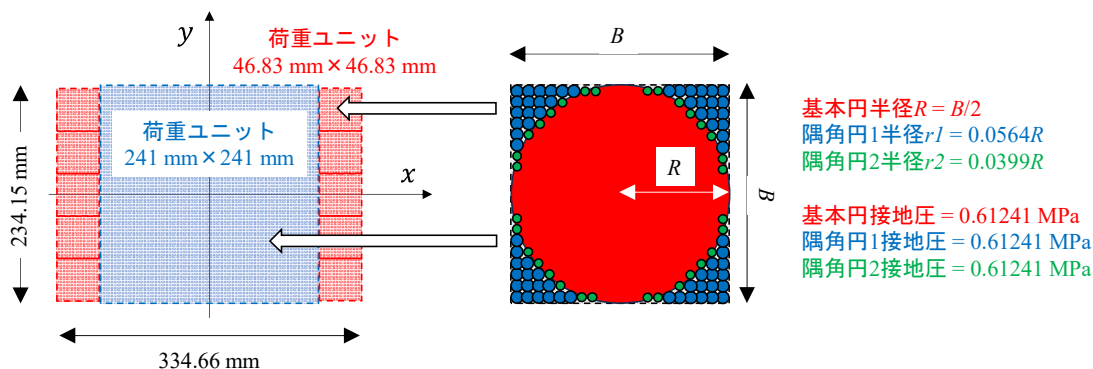


図-2.2 図-2.1の矩形荷重を模擬するA法の円形荷重配置

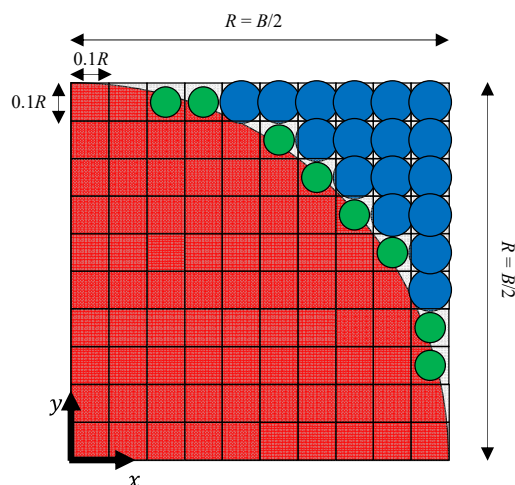


図-2.3 A法の荷重ユニットの1/4の範囲に配置される基本円（赤），隅角円1（青）及び隅角円2（緑）

表-2.1 A法の荷重ユニットの1/4の範囲に配置される隅角円の中心座標，半径，接地圧（Rは基本円の半径）

種類	中心x座標 (mm)	中心y座標 (mm)	半径 (mm)	接地圧 (MPa)
隅角円 2	0.25 R	0.95 R	0.0399 R	0.61241
隅角円 2	0.35 R	0.95 R	0.0399 R	0.61241
隅角円 1	0.45 R	0.95 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 1	0.55 R	0.95 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 1	0.65 R	0.95 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 1	0.75 R	0.95 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 1	0.85 R	0.95 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 1	0.95 R	0.95 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 2	0.55 R	0.85 R	0.0399 R	0.61241
隅角円 1	0.65 R	0.85 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 1	0.75 R	0.85 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 1	0.85 R	0.85 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 1	0.95 R	0.85 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 2	0.65 R	0.75 R	0.0399 R	0.61241
隅角円 1	0.75 R	0.75 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 1	0.85 R	0.75 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 1	0.95 R	0.75 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 2	0.75 R	0.65 R	0.0399 R	0.61241
隅角円 1	0.85 R	0.65 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 1	0.95 R	0.65 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 2	0.85 R	0.55 R	0.0399 R	0.61241
隅角円 1	0.95 R	0.55 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 1	0.95 R	0.45 R	0.0564 R	0.61241
隅角円 2	0.95 R	0.35 R	0.0399 R	0.61241
隅角円 2	0.95 R	0.25 R	0.0399 R	0.61241

## 2.2 B 法

この B 法は GAMES における荷重の設定が比較的簡便であるため、多数の円形荷重を敷き詰めて矩形荷重を模擬する実用的な方法として考案したものである。図-2.1 の矩形荷重の縦横寸法と概ね一致させることを念頭に、図-2.4 に示すように、矩形の  $x$  方向に 15 列、 $y$  方向に 11 列、合計 165 個の基本円（半径  $R = 10.955 \text{ mm}$ ）を配置することとした。なお、隙間面積を小さくするために千鳥配置とすることも可能ではあるが、GAMES への座標入力が非常に煩雑となること、円形荷重群が  $x$  軸や  $y$  軸に対して非対称となる場合は扱いづらいことから、千鳥配置は検討しないこととした。

B 法では全ての基本円同士が接するように配置するが、基本円間には隙間が存在するため、円形荷重合計が矩形荷重と同じ  $49 \text{ kN}$  となるように、基本円の接地圧は矩形荷重の接地圧  $0.61241 \text{ MPa}$  の  $1.28616$  倍である  $0.78766 \text{ MPa}$  とした。この接地圧補正率は、矩形荷重面積（ $241 \text{ mm} \times 332 \text{ mm}$ ）と円形荷重合計面積（ $\pi \times 10.955 \text{ mm} \times 10.955 \text{ mm} \times 165$  個）の比である。

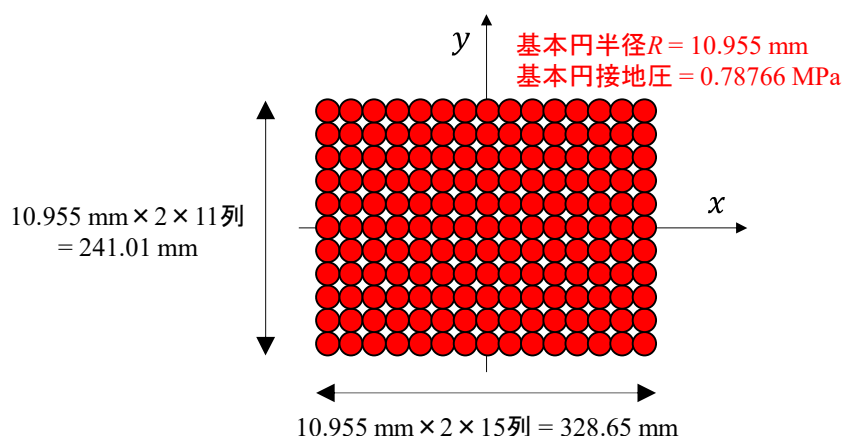


図-2.4 図-2.1 の矩形荷重を模擬する B 法の円形荷重配置

## 2.3 小さな矩形荷重に対する予備解析

アスファルト混合物層（以下、アスコン層）下面の水平ひずみ  $\varepsilon_x$  及び  $\varepsilon_y$ 、路床上面の鉛直ひずみ  $\varepsilon_z$  について、A 法及び B 法により解析した矩形荷重中心の直下に発生する最大値を表-2.2 に示す。既往論文、A 法及び B 法のひずみの最大値は概ね一致していることがわかる。

GAMES では応答の出力座標を任意に設定できるため、原点から  $x$  軸に沿って  $5 \text{ mm}$  毎の応答（以降では、この応答の出力間隔を  $\Delta x$  として示す）を出力し整理したひずみの分布を図-2.5 に示す。A 法及び B 法のひずみ分布はほぼ一致しており、図では省略しているが、どちらの方法も既往論文とほぼ同一の分布であることを確認した。

表-2.2 小さな矩形荷重（ $241 \text{ mm} \times 332 \text{ mm}$ ）によるひずみの最大値

	既往論文 <sup>4)</sup>	A 法	B 法
アスコン層下面 水平ひずみ $\varepsilon_x$	$130 \mu$	$129.42 \mu$	$131.23 \mu$
アスコン層下面 水平ひずみ $\varepsilon_y$	$156 \mu$	$155.71 \mu$	$156.23 \mu$
路床上面 鉛直ひずみ $\varepsilon_z$	$-370 \mu$	$-369.38 \mu$	$-370.12 \mu$

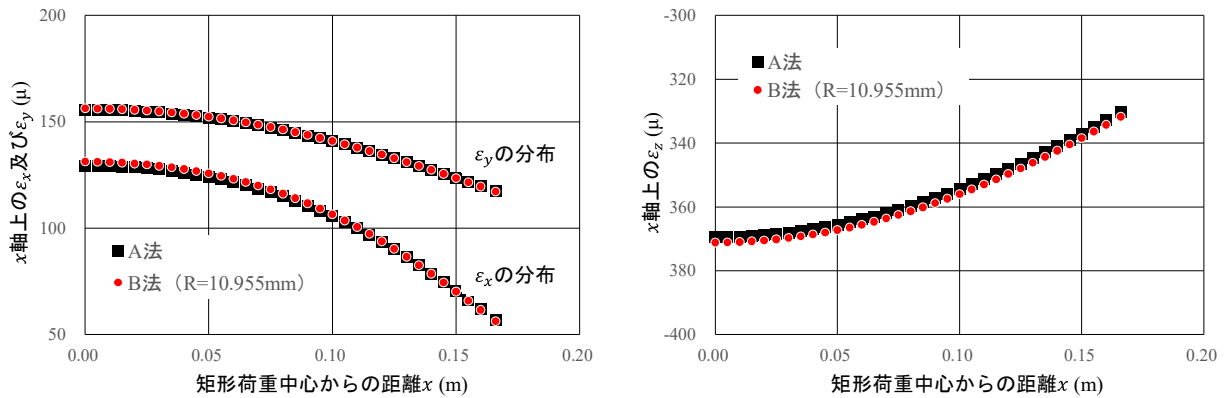


図-2.5 小さな矩形荷重 (241 mm×332 mm) による $x$ 軸上のひずみ分布 (左が $\epsilon_x$ 及び $\epsilon_y$ , 右が $\epsilon_z$ ,  $\Delta x = 5 \text{ mm}$ )

## 2.4 大きな矩形荷重に対する予備解析

荷役機械のアウトリガーを想定し、図-2.1の矩形荷重の縦横寸法を10倍とした2.41 m×3.32 mの矩形荷重を模擬するため、2.1～2.3で設定した基本円及び隅角円の数、配置方法、接地圧は同一とし、基本円及び隅角円の半径をそれぞれ10倍として円形荷重の中心座標を再設定し、A法及びB法により解析した。矩形荷重面積が100倍となるため、矩形荷重4,900 kNに対する解析である。

$x$ 軸上のひずみ分布を図-2.6に示す。A法とB法の路床上面の鉛直ひずみ $\epsilon_z$ は概ね一致しているが、B法によるアスコン層下面の水平ひずみ $\epsilon_x$ 及び $\epsilon_y$ はA法のような滑らかな分布とはならず、基本円直径(219.1 mm)の長さに応じて周期的に変動し、A法との乖離が大きくなった。

以上の予備解析結果から、多数の小さな円形荷重で矩形荷重を模擬する場合は、円形荷重の半径が解析結果に影響を及ぼすと考えられるため、3章及び4章では寸法の大きな2 m四方の正方形荷重を対象とし、アスファルト舗装及びコンクリート舗装の詳細解析を実施し分析することとした。

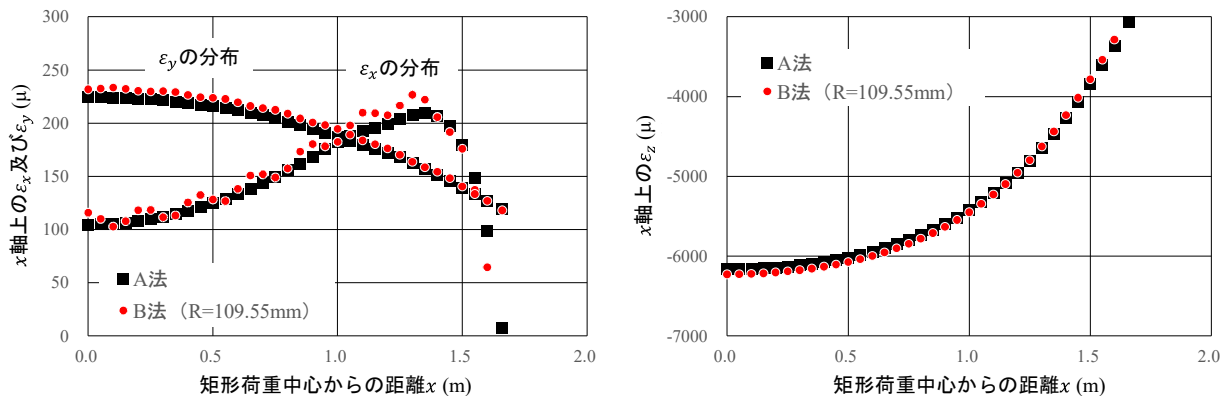


図-2.6 大きな矩形荷重 (2.41 m×3.32 m) による $x$ 軸上のひずみ分布 (左が $\epsilon_x$ 及び $\epsilon_y$ , 右が $\epsilon_z$ ,  $\Delta x = 50 \text{ mm}$ )



### 3. 矩形荷重に対するアスファルト舗装の解析手法

アスファルト舗装を対象として、2 m 四方の正方形荷重を模擬するための基本円の半径やアスコン層厚を変化させ、舗装内のひずみを算出することとした。図-3.1 のアスファルト舗装の解析条件を用い、矩形荷重の接地圧は最大吊り荷重 1,200 kN のクローラークレーンの接地圧を参考に 0.2 MPa とした。また各層間の付着については、付着がある設定（層間すべり率 0）とした。

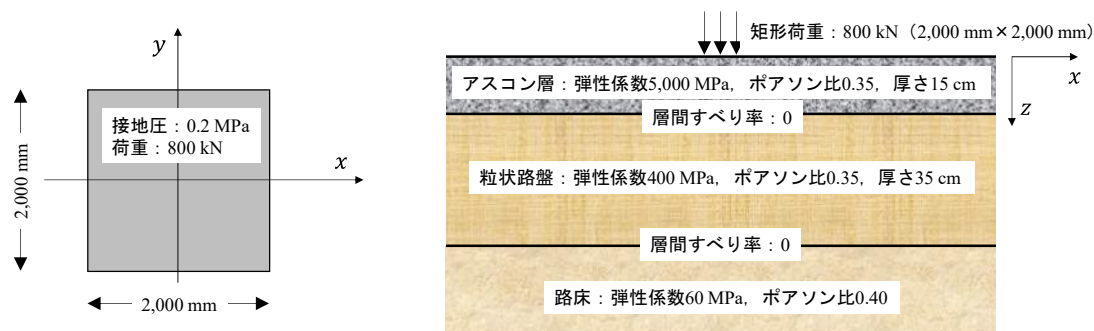


図-3.1 アスファルト舗装を対象とした矩形荷重と舗装構造

#### 3.1 A 法及び B 法による解析

図-3.2 に A 法の円形荷重の配置を示す。A 法では 2 m×2 m の荷重ユニットを 1 個配置し、基本円 1 個及び隅角円 100 個の接地圧は矩形荷重と同じ 0.2 MPa とした。

図-3.3 に B 法の円形荷重の配置を示す。B 法では基本円半径を 50 mm（20 列×20 列＝400 個）、100 mm（10 列×10 列＝100 個）、111.11 mm（9 列×9 列＝81 個）の 3 ケースとし、円形荷重合計が矩形荷重と同じ 800 kN となるように、基本円の接地圧は矩形荷重の接地圧 0.2 MPa の 1.27324 倍である 0.25465 MPa とした。この接地圧補正率は、正方形の荷重ユニット面積  $B^2$  と円形荷重合計面積  $\pi \cdot R^2 = \pi \cdot B^2 / 4$  の比の  $4/\pi$  である。これは  $n$  列× $n$  列の場合を考えると、1 つの円形荷重面積は  $\pi \cdot B^2 / (4 \cdot n^2)$  であるが、 $n^2$  個の円形荷重合計面積は  $\pi \cdot B^2 / 4$  であるため、列数を変化させても円形荷重合計面積は変化しないことから接地圧補正率は一定である。

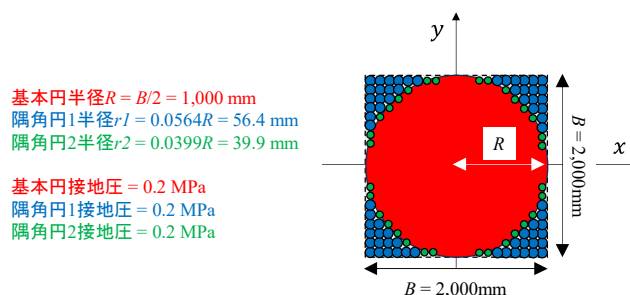


図-3.2 A 法の円形荷重配置

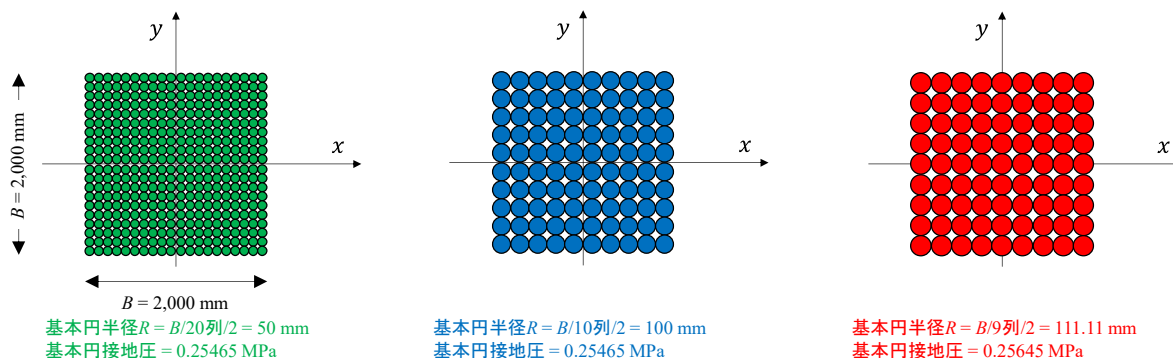


図-3.3 B 法の円形荷重配置

$x$ 軸上のひずみ分布を図-3.4に示す。アスコン層下面の水平ひずみ $\varepsilon_x$ 及び $\varepsilon_y$ の分布は、基本円半径が50 mmのB法ではA法とほぼ一致する結果が得られるが、基本円半径が100 mm及び111.11 mmのB法ではひずみが周期的に変動し、A法と乖離する結果となった。一方、アスコン層下面よりも深い位置に発生する路床上面の鉛直ひずみ $\varepsilon_z$ の分布は4ケースの結果がほぼ一致することがわかる。

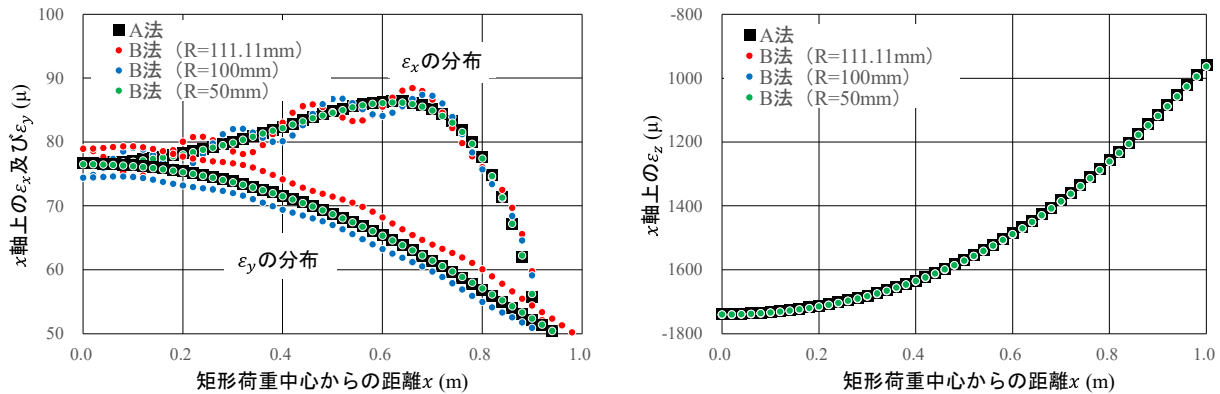


図-3.4  $x$ 軸上のひずみ分布（左が $\varepsilon_x$ 及び $\varepsilon_y$ 、右が $\varepsilon_z$ 、アスコン層厚15cm、 $\Delta x = 20$  mm）

この周期的な変動を詳細に確認することにした。図-3.5は $x$ 軸上のアスコン層下面の水平ひずみ $\varepsilon_x$ の分布である。 $x$ 軸上に基本円の中心がある $R = 111.11$  mm（9列×9列の奇数配列）の場合と、 $x$ 軸上に基本円間の隙間がある $R = 100$  mm（10列×10列の偶数配列）の場合では、基本円の直径（222.22 mmあるいは200 mm）に相当する長さを波長とした周期的な変動が、いわば逆位相のようにになっているが、基本円の中心がある位置ではひずみが大きく、基本円間の隙間がある位置ではひずみが小さいため、B法によるアスコン層下面の水平ひずみ $\varepsilon_x$ の周期的な変動は、基本円間の隙間による影響と考えられる。

図-3.6は $x$ 軸上のアスコン層下面の水平ひずみ $\varepsilon_y$ の分布である。 $R = 111.11$  mm（9列×9列の奇数配列）の場合は $x$ 軸上には隙間は存在しないこと、また、基本円の接地圧は前述のとおり矩形荷重よりも大きな接地圧を設定していることから、A法よりも常に大きな応答になっていると考えられる。

アスコン層厚の影響を確認するため、アスコン層厚を図-3.1の15 cmよりも厚い20 cm及び35 cmとした場合のアスコン層下面の水平ひずみ $\varepsilon_x$ 及び $\varepsilon_y$ の分布を図-3.7に示す。基本円の半径、アスコン層厚、奇数配列や偶数配列の違いによらず、A法とB法の解析結果はほぼ一致した。これは、アスコン層厚が厚くなることで舗装の荷重分散性能が向上し、荷重の影響は水平方向に広く分散されるようになるため、隙間の影響が小さくなったものと考えられる。また図-3.4で示したように、浅い位置であるアスコン層下面では隙間の影響が大きい、深い位置である路床上面では隙間の影響が小さいため、アスコン層厚が厚くなることで、着目しているアスコン層下面の位置が若干深くなったことも影響していると考えられる。

以上の結果から、アスファルト舗装を対象とした場合、比較的浅い位置のひずみに隙間の影響が表れやすく、その影響はB法の基本円半径を十分に小さくすることで無視できる程度になると考えられる。そのため、B法により矩形荷重を模擬する場合は、基本円の直径を波長とする周期的なひずみの変動が発生していないことを予備解析により確認することで、適切な円形荷重の半径を決定することが可能と考えられる。この場合、図-3.4で示したように $\varepsilon_x$ と $\varepsilon_y$ では周期的な変動の傾向が若干異なるため、両方を確認する必要がある。具体的な確認方法を次節で述べる。

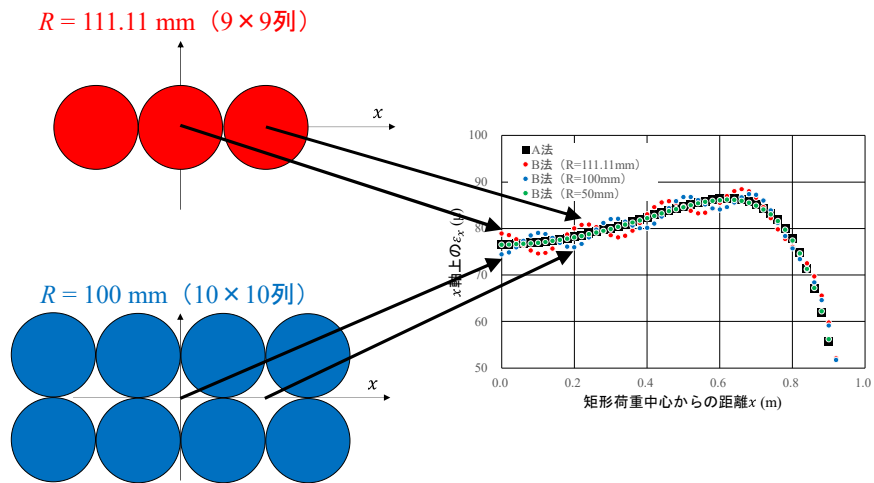


図-3.5 x軸上のひずみ $\varepsilon_x$ の分布（アスコン層厚 15 cm）

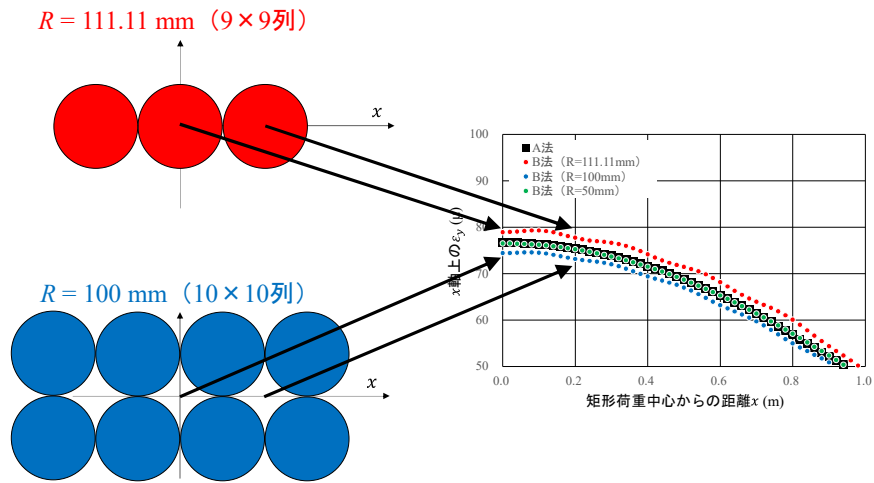


図-3.6 x軸上のひずみ $\varepsilon_y$ の分布（アスコン層厚 15 cm）

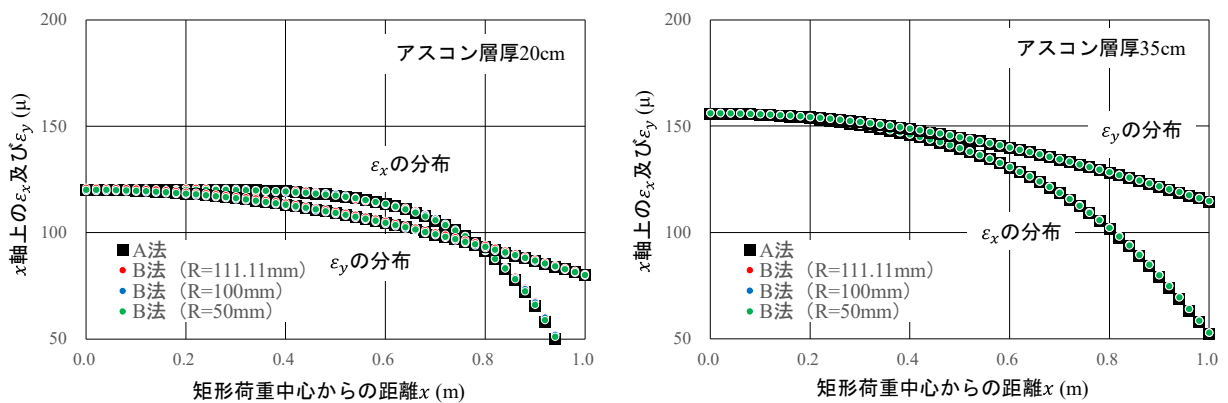


図-3.7 x軸上のひずみ $\varepsilon_x$ 及び $\varepsilon_y$ の分布（左がアスコン層厚 20 cm，右がアスコン層厚 35 cm， $\Delta x = 20$  mm）

### 3.2 B法の基本円半径を決定する予備解析手法

B法で用いる基本円半径を決定するための予備解析は、3.1のようにA法とB法の解析結果を比較する必要はなく、B法で基本円半径を変化させた解析を行い、基本円の直径を波長とする周期的な応答の変動が無視できる程度であることを確認すればよい。そのためには図-3.3で示したように、解析対象とする矩形荷重の寸法に対して数百個の円形荷重を用いた予備解析を行うことでもよいが、簡易的に、例えば基本円配列を図-3.8に示すような6列×6列程度に固定し、基本円半径を変化させて予備解析を行うことでもよい。GAMESは100個までの円形荷重を考慮できるため、6列×6列=36個の円形荷重を用いた予備解析であれば容易に行うことができる。

図-3.1のアスファルト舗装の解析条件を用い、図-3.8及び表-3.1のように基本円配列を6列×6列とした場合の予備解析結果を図-3.9に示す。この解析結果は、 $x$ 軸上において出力間隔 $\Delta x$ を20mmとしたアスコン層下面の水平ひずみ $\varepsilon_x$ 及び $\varepsilon_y$ の分布であるが、配置した基本円の位置がわかりやすいように、図の横軸は基本円半径により正規化した矩形荷重中心からの距離としている。そのため、横軸が0.0, 2.0, 4.0の位置には基本円間の隙間の中心が存在し、横軸が1.0, 3.0, 5.0の位置には基本円同士の接点が存在する。また図の縦軸も、原点に発生するひずみにより正規化したひずみを示している。これも、ひずみの周期的な変動がわかりやすいように示すためである。

図-3.9に示した $x$ 軸上の $\varepsilon_x$ と $\varepsilon_y$ のうち $\varepsilon_x$ において、基本円半径が100mmや80mmの場合には基本円の直径を波長とする周期的な変動が確認できるが、基本円半径が60mmになると変動は無視できる程度になる。このことから、図-3.1のアスファルト舗装構造でアスコン層下面の水平ひずみに着目した解析を行う場合には、基本円半径としては60mm以下を採用するとよい。

アスコン層厚を20cm及び35cmとした予備解析結果を図-3.10に示す。アスコン層厚が20cmの場合は基本円半径が80mm、アスコン層厚が35cmの場合は基本円半径が150mmになると周期的な変動は無視できる程度になることがわかる。

これらの予備解析では応答の出力間隔 $\Delta x$ を20mmとしたが、基本円の直径を波長とする周期的な応答の変動を確認することが目的であるから、図-3.11に示すように $\Delta x$ を基本円半径以下と設定することで、周期的な変動を確認することが可能となる。

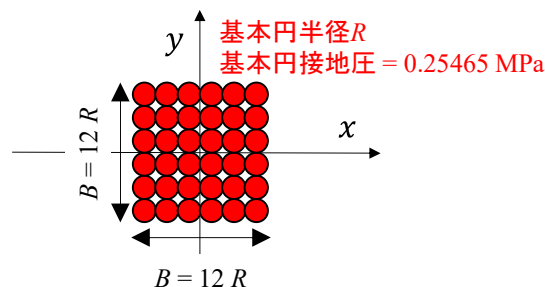


図-3.8 B法による予備解析の円形荷重配置

表-3.1 B法による予備解析の円形荷重

基本円半径 (mm)	補正前の 接地圧 (MPa)	補正後の 接地圧 (MPa)	一つの 円形荷重 (kN)	円形荷重 個数 (個)	円形荷重 合計 (kN)	対応する 正方形辺長 (mm)
100	0.2	1.27324 倍 の 0.25465	8.0001	36	288.00	1,200
80			5.1200		184.32	960
60			2.8800		103.68	720
50			2.0000		72.00	600

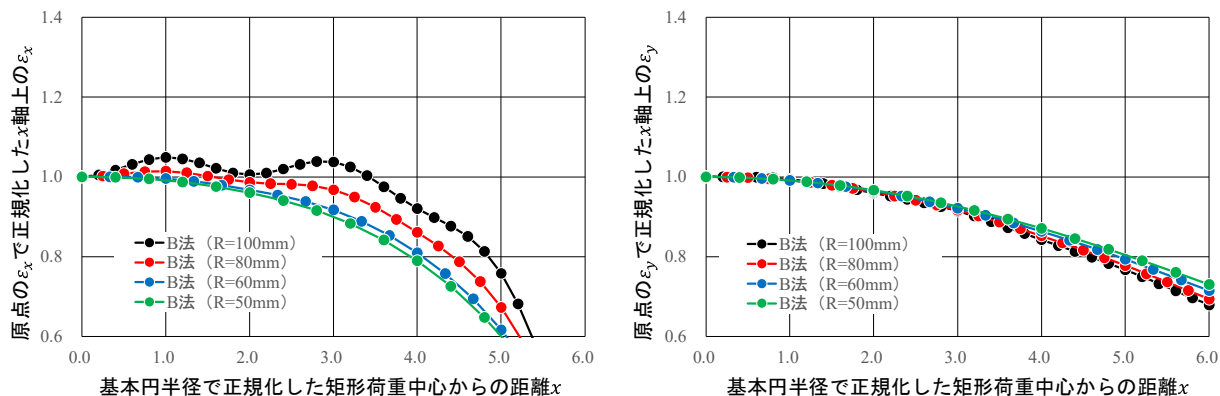


図-3.9 B法による予備解析結果（アスコン層厚 15cm, 左が $x$ 軸上の $\varepsilon_x$ , 右が $x$ 軸上の $\varepsilon_y$ ,  $\Delta x = 20$  mm）

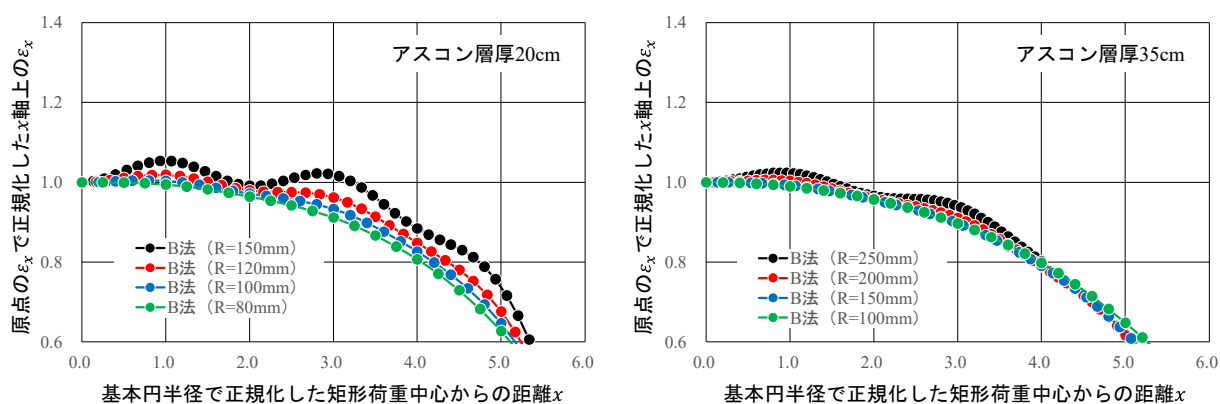


図-3.10 B法による予備解析結果（ $x$ 軸上の $\varepsilon_x$ , 左がアスコン層厚 20cm, 右がアスコン層厚 35cm,  $\Delta x = 20$  mm）

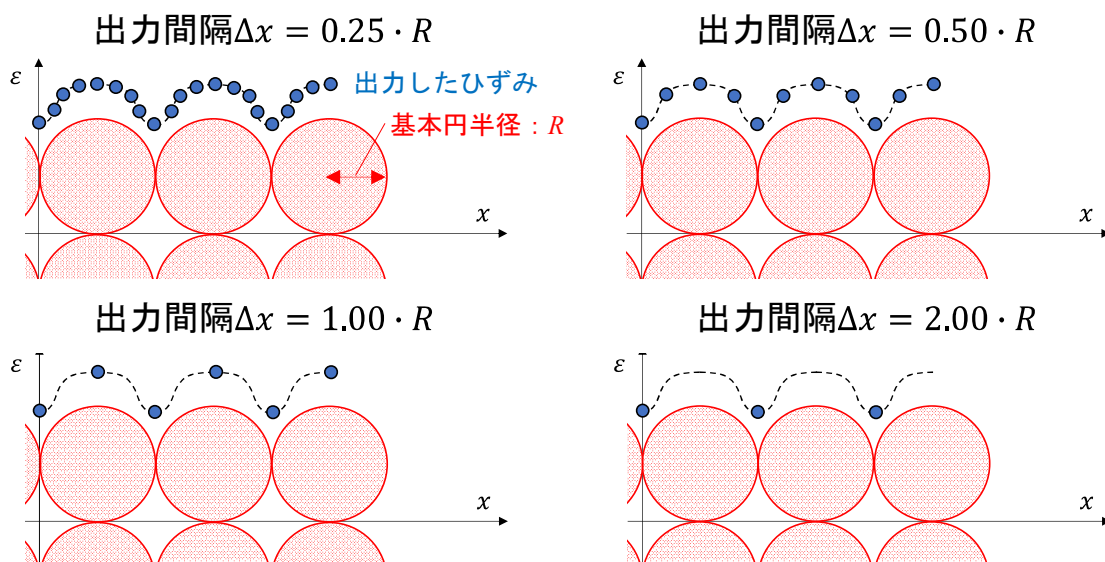


図-3.11 B法による予備解析での出力間隔 $\Delta x$

### 3.3 B法の基本円が101個以上の場合の解析手法

図-3.12はGAMESの荷重条件の入力画面であるが、本資料で対象とする解析に必要な入力項目は、鉛直荷重、円形荷重の半径、円形荷重中心の $x$ 座標及び $y$ 座標である（右側の二列は水平荷重に関する入力項目であるため、本資料では0とする）。B法では多くの基本円を配置して解析を行うが、鉛直荷重及び半径は使用する全ての円形荷重で同値であるため、複数セルを選択して一度の数値入力を選択した全てのセルに同値を設定することが可能である。そのため最も入力が煩雑なのが、円形荷重毎に異なる円形荷重中心の $x$ 座標及び $y$ 座標の入力である。

4. 載 荷 荷 重						
	鉛直荷重 (kN)	半径 (cm)	X-座標 (cm)	Y-座標 (cm)	水平荷重 (kN)	X-軸との角度(deg)
載荷点 1	8	10	90	-90	0	0
載荷点 2	8	10	70	-90	0	0
載荷点 3	8	10	50	-90	0	0
載荷点 4	8	10	30	-90	0	0
載荷点 5	8	10	10	-90	0	0
載荷点 6	8	10	-10	-90	0	0
載荷点 7	8	10	-30	-90	0	0
載荷点 8	8	10	-50	-90	0	0
載荷点 9	8	10	-70	-90	0	0

図-3.12 GAMESの荷重条件の入力画面

GAMESは100個までの円形荷重を入力できるため、これを超過する円形荷重を考慮するためには、100個以下の円形荷重群に分割して実施した解析結果を重ね合わせることが必要となる。例えば図-3.3で示した半径が50mmの円形荷重400個を用いる場合、図-3.13のように第一象限、第二象限、第三象限、第四象限のそれぞれ100個ずつの円形荷重群に分割して解析を行うとすると、解析の都度、円形荷重中心の $x$ 座標及び $y$ 座標をGAMESに入力しなければならない。

このような煩雑な入力作業を避けるためには、図-3.14のように、原点を中心として上下左右に対称な10列×10列＝100個の円形荷重の中心座標を入力し、以降、この円形荷重群の中心座標は変えず、その代わりに応答出力位置を変えて4回の解析を実施し、その解析結果を重ね合わせる方が作業は容易となる。例えば図-3.14左図のように、400個の円形荷重による $x = 0 \sim 2$  m,  $y = 0$  mの範囲の応答を出力したい場合は、図-3.14右図のように、入力した100個の円形荷重群が第一象限にあると仮定して応答出力位置を $x = -0.5 \sim 1.5$  m,  $y = -0.5$  mとして解析を行う。次に100個の円形荷重群が第二象限にあると仮定して応答出力位置を $x = 0.5 \sim 2.5$  m,  $y = -0.5$  mとして解析を行う。これを第四象限まで繰返し、最後に4回の解析結果による応答を重ね合わせればよい。以下に述べる応答の対称性を考慮すれば、さらに少ない解析結果で重ね合わせを行うことも可能である。

この方法は荷重条件の誤入力の有無を確認することが容易となる利点もある。例えば、円形荷重群が原点を中心として上下左右に対称な形で配置されており、かつ、鉛直荷重と半径が全て同値であれば、応答の対称性から、原点における $\varepsilon_x$ と $\varepsilon_y$ は必ず同値となり、 $x$ 軸上や $y$ 軸上のせん断ひずみ $\gamma_{xy}$ は必ず0となるため、誤入力の有無を確認することができる（解析上の誤差で完全な0とはならず、 $10^{-18}$ 程度の極めて小さいせん断ひずみ出力されている場合もある）。

### 3.4 アスファルト舗装のまとめ

多数の円形荷重により矩形荷重を模擬したアスファルト舗装の多層弾性解析手法については、以下の通りである。

- ・ アスファルト舗装を対象とした解析では、同一の半径の円形荷重を敷き詰めるB法を用いることで、矩形荷重を模擬することが可能である。
- ・ B法の円形荷重の半径が大きくアスコン層が薄い場合、表面から浅い位置の応答には、基本円間の隙間の影響による周期的な変動が表れる。このため3.2に記した予備解析を実施し、隙間の影響による周期的な変動が発生しない半径の円形荷重を用いる必要がある。
- ・ B法の円形荷重が101個以上の場合、3.3に記した方法を用いることで、GAMESへの入力作業を軽減することが可能である。



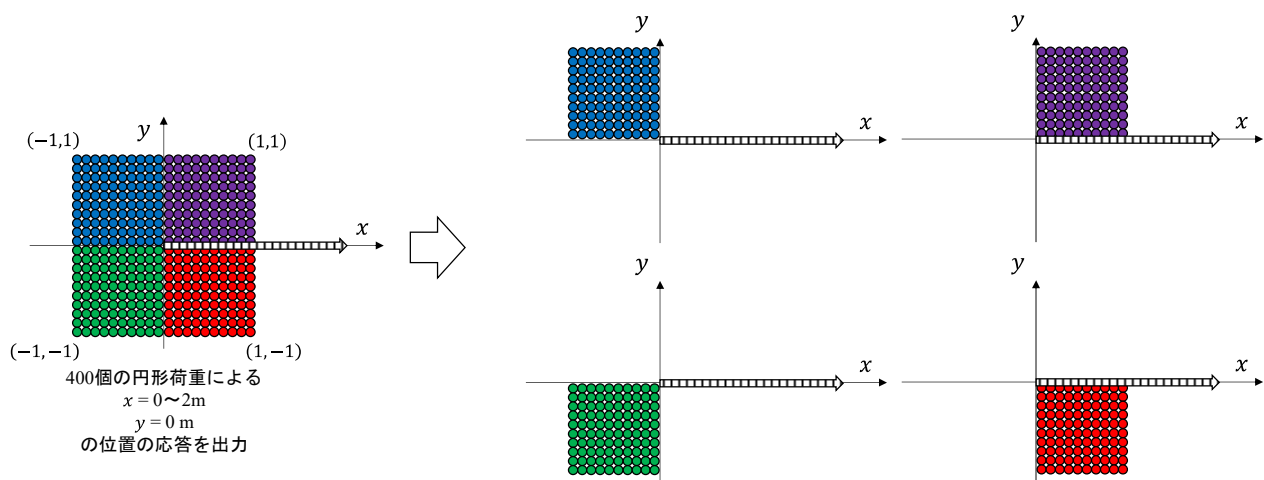


図-3.13 400 個の円形荷重による舗装応答を解析する方法

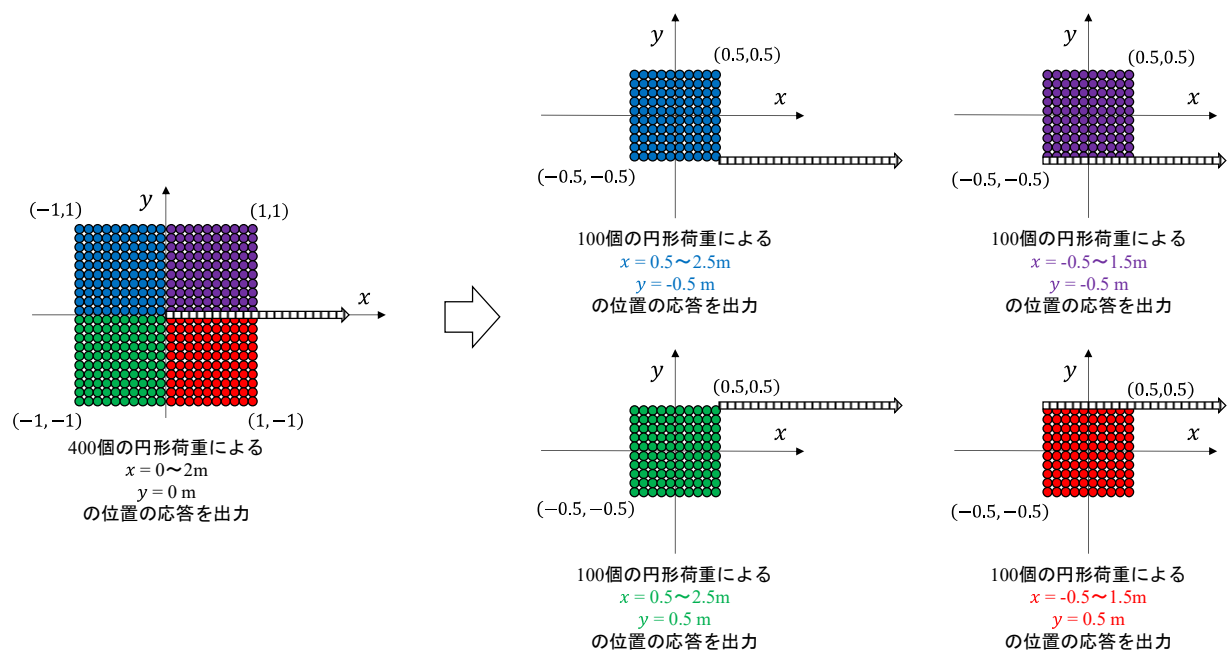


図-3.14 100 個の円形荷重の座標を変更せずに 400 個の円形荷重による舗装応答を解析する方法

#### 4. 矩形荷重に対するコンクリート舗装の解析手法

3章と同様に、コンクリート舗装を対象として、2 m 四方の正方形荷重を模擬するための基本円及び隅角円の半径やコンクリート版厚を変化させ、コンクリート版厚の設計で用いられる版下面の水平応力を算出することとした。図-3.1 のアスファルト舗装の解析条件のうち、アスコン層をコンクリート版（厚さが 15 cm，弾性係数が 35,000 MPa，ポアソン比が 0.15）に変更し、コンクリート版と粒状路盤の層間の付着がない設定（層間すべり率 0.99）に変更した図-4.1 の舗装構造を対象とした。

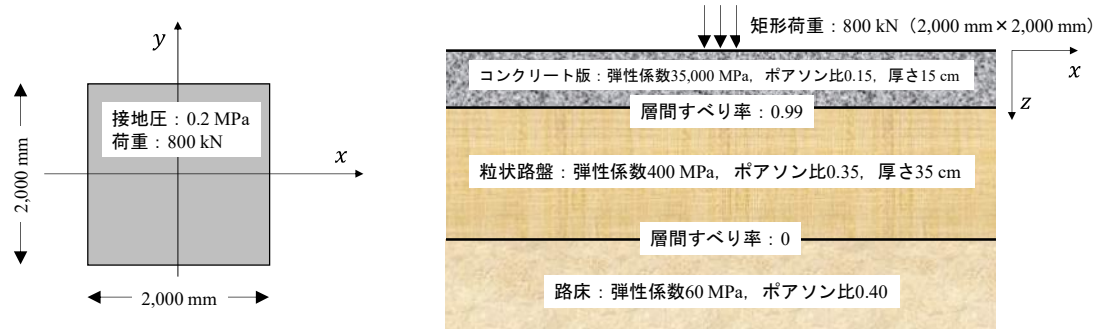


図-4.1 コンクリート舗装を対象とした矩形荷重と舗装構造

##### 4.1 A 法及び B 法による解析

A 法の基本円及び隅角円の設定は 3 章で示したとおりであり，B 法の基本円半径は 50 mm（20 列×20 列＝400 個），100 mm（10 列×10 列＝100 個），200 mm（5 列×5 列＝25 個），333.33 mm（3 列×3 列＝9 個）の 4 ケースとした。

x 軸上の版下面の応力分布を図-4.2 に示す。基本円半径が 200 mm の B 法の解析結果は A 法と概ね一致するが，アスファルト舗装の場合とは異なり，基本円半径を小さくするほど，B 法の結果が A 法の結果に収束する傾向は確認できなかった。

コンクリート版厚を 20 cm 及び 30 cm とした場合の版下面の応力 $\sigma_x$ の分布を図-4.3 に示す。コンクリート版厚 15 cm の場合と同様に，基本円半径 200 mm の場合が最も精度が高く，その他の基本円半径では A 法と乖離する傾向は同一であった。ただし，コンクリート版厚が厚くなると，B 法と A 法の乖離は小さくなった。

このように B 法と A 法の一致の傾向がアスファルト舗装と異なる原因は，アスファルト舗装から解析モデルを変更した二点が影響している可能性がある。一点目はアスコン層よりも剛性が高く荷重分散が大きいコンクリート版としたこと，二点目は版下面の付着がない設定（層間すべり率を 0.99）としたことである。この二点の影響を考察する。

応力分布を詳細にみると，基本円半径が小さくなるほど，特に応力 $\sigma_x$ で確認される周期的な変動は小さくなるため，剛性が高いコンクリート舗装の場合も，アスファルト舗装の場合と同様に，基本円半径を小さくすることで隙間の影響は無視できる程度に小さくなると考えられる。そのため B 法と A 法の一致の傾向がアスファルト舗装と異なる原因は，前述した変更点の二点目である版下面の付着の設定であると考え，図-4.2 と同じコンクリート版厚 15 cm の場合で，コンクリート版と路盤との付着がある（層間すべり率を 0）とした場合の解析を実施した。解析結果を図-4.4 に示す。基本円半径が 333.33 mm の場合は応力の周期的変動が見られるが，基本円半径が 200 mm 以下のケースでは概ね A 法に収束していることがわかる。これはアスファルト舗装の B 法と同様の傾向である。

以上の結果から，コンクリート舗装の B 法とアスファルト舗装の B 法で傾向が異なるのは，コンクリート版と路盤との層間付着の有無が原因と考えられる。そのため，コンクリート舗装を対象とした解析方法としては，B 法以外の方法を次節で検証することとした。



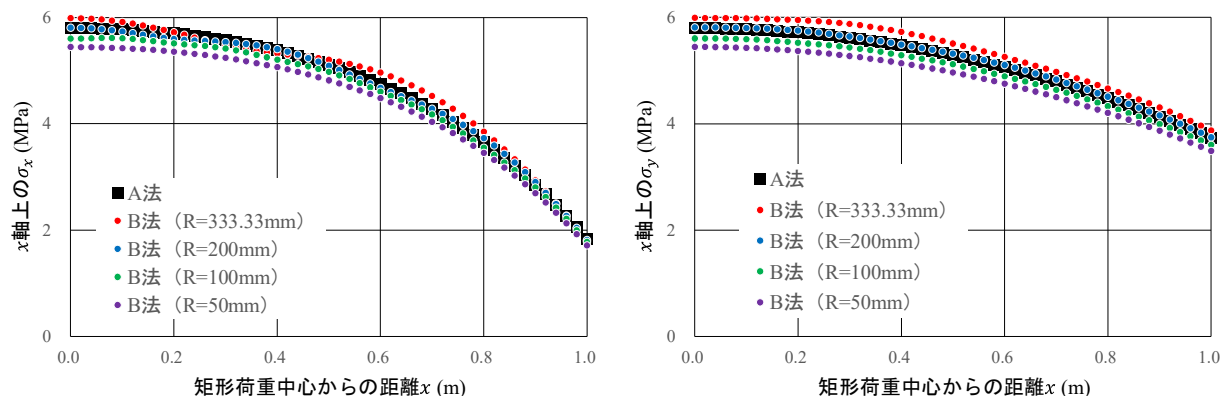


図-4.2 版下面の $x$ 軸上の応力分布（コンクリート版厚 15 cm，左が $\sigma_x$ ，右が $\sigma_y$ ， $\Delta x = 20$  mm）

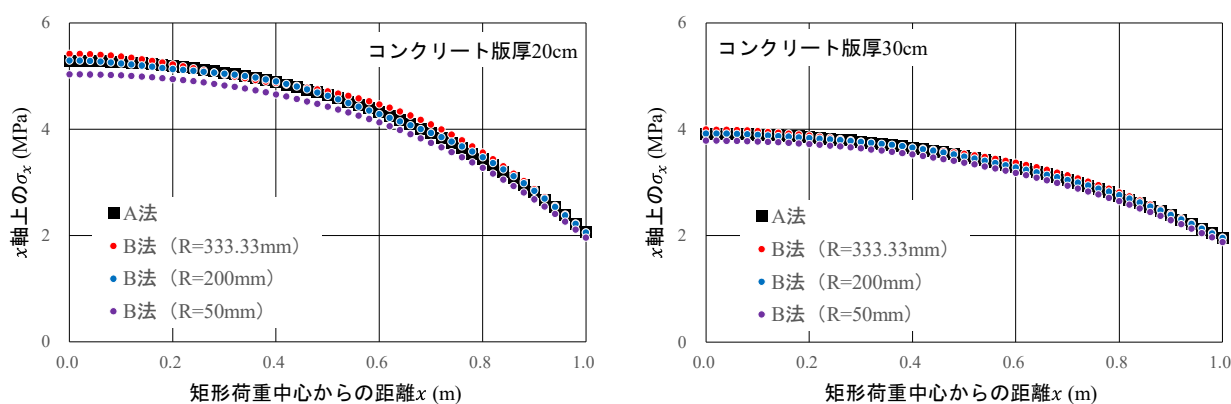


図-4.3 版下面の $x$ 軸上の応力 $\sigma_x$ の分布（左が版厚 20 cm，右が版厚 30 cm， $\Delta x = 20$  mm）

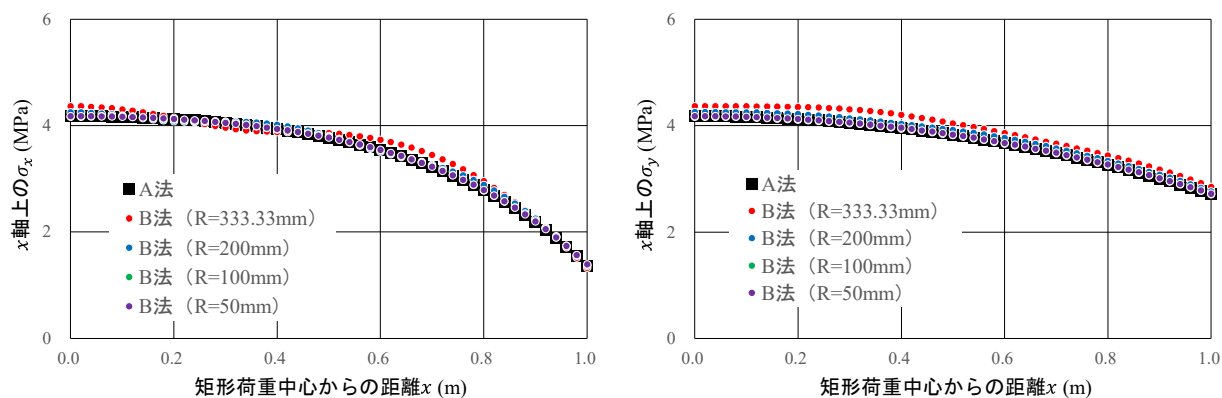


図-4.4 版下面の付着がある場合の図-4.2 に相当する解析結果  
（コンクリート版厚 15 cm，左が $\sigma_x$ ，右が $\sigma_y$ ， $\Delta x = 20$  mm）

## 4.2 A 法を簡略化した C 法及び D 法による解析

前述のとおり、版下面の付着を無しとして解析を行うコンクリート舗装の場合は、B 法の基本円半径を小さくするほど A 法の結果に収束する傾向は確認できないため、アスファルト舗装のように B 法による予備解析を行い、応力の周期的な変動の有無を確認するだけでは、隙間の影響が無視できる程度の基本円半径を決定することが難しい。

そのため、A 法を簡略化した C 法及び D 法を検討することとした。この C 法及び D 法は、版下面の応力が比較的大きくなる矩形荷重中心付近には隙間を配置しないよう、A 法と同様に、接地圧が矩形荷重と同値で半径の大きな基本円を配置すること、矩形荷重中心の最大応力への寄与が小さい隅角円群（A 法では版厚 15cm で 3% 程度の寄与）の数を 100 個から 4 個に削減することで模擬するという方針により考案した方法である。詳細は図-4.5、図-4.6 及び以下のとおりである。

### (1) C 法

荷重ユニット中央部に基本円（半径  $R = B/2$ ）を 1 個、荷重ユニット四隅に、隅角部の隙間面積と同一の面積を有し、且つ、荷重ユニット端に接する隅角円（半径  $r = 0.261362 \cdot R$ ）を 4 個配置した。この C 法では、荷重ユニット面積と円形荷重面積合計が等しいため、基本円及び隅角円の接地圧は矩形荷重と同値の 0.2 MPa とした。隅角円中心座標は  $(x, y) = (\pm 0.738638 \cdot R, \pm 0.738638 \cdot R)$  であり、基本円と隅角円は若干重なっている。

### (2) D 法

荷重ユニット中央部に基本円（半径  $R = B/2$ ）を 1 個、荷重ユニット四隅に、基本円及び荷重ユニット端の両方に接する隅角円（半径  $r = 0.171573 \cdot R$ ）を 4 個配置した。この D 法での接地圧の設定は、基本円については矩形荷重と同値の 0.2 MPa とする。一方、隅角円については、矩形荷重と円形荷重合計が等しくなるよう、矩形荷重の接地圧 0.2 MPa の 2.3205 倍の 0.46410 MPa とした。隅角円中心座標は  $(x, y) = (\pm 0.828427 \cdot R, \pm 0.828427 \cdot R)$  であり、基本円と隅角円は接している。

A 法、C 法及び D 法による解析結果を図-4.7 で比較した。舗装構造条件及び矩形荷重条件は図-4.1 とし、コンクリート版厚は 15~50cm と変化させた。C 法による応力  $\sigma_x$  の分布は版厚が薄い場合に A 法と乖離する傾向があるが、D 法の応力  $\sigma_x$  の分布はコンクリート版厚によらず A 法とほぼ一致していることがわかる。

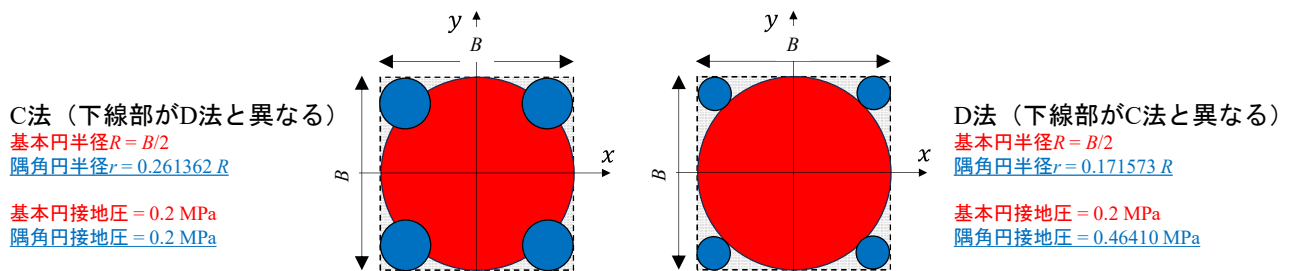


図-4.5 C 法及び D 法の円形荷重配置

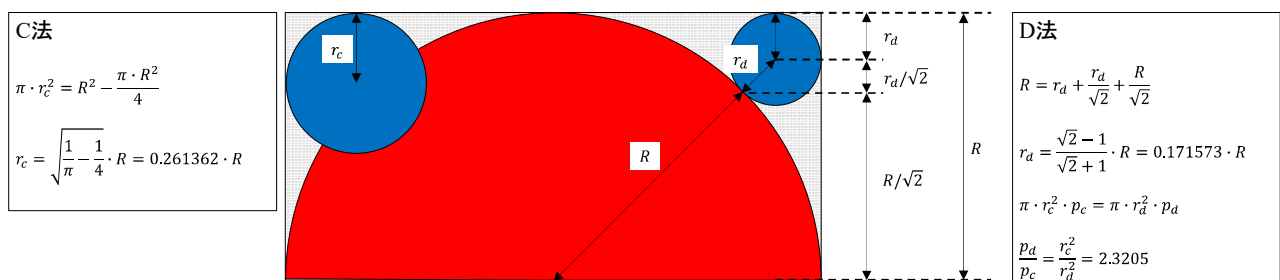


図-4.6 C 法及び D 法の隅角円半径の詳細

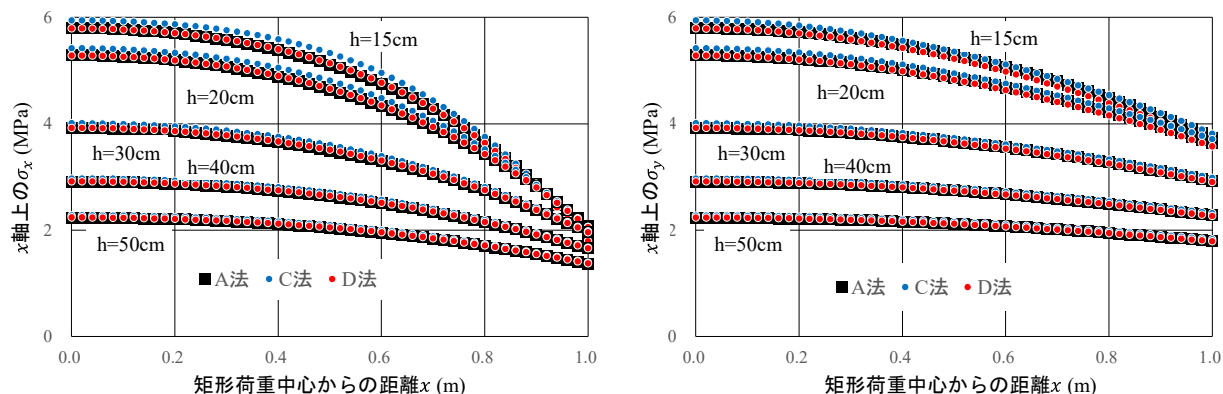


図-4.7 版下面の $x$ 軸上の応力分布（左が $\sigma_x$ ，右が $\sigma_y$ ， $\Delta x = 20$  mm）

#### 4.3 D 法における荷重ユニット端近傍の解析精度

図-4.7 で示した解析ケースにおいて， $y = 0.5$  m（荷重ユニット中心と荷重ユニット端の中間点）及び $y = 1.0$  m（荷重ユニット端）の応力 $\sigma_x$ の分布が図-4.8 である．これを見ると，コンクリート版厚が薄い場合で，且つ，隅角円近傍（ $x = 0.8$  m 付近）において A 法と D 法の乖離が大きくなる傾向がある．

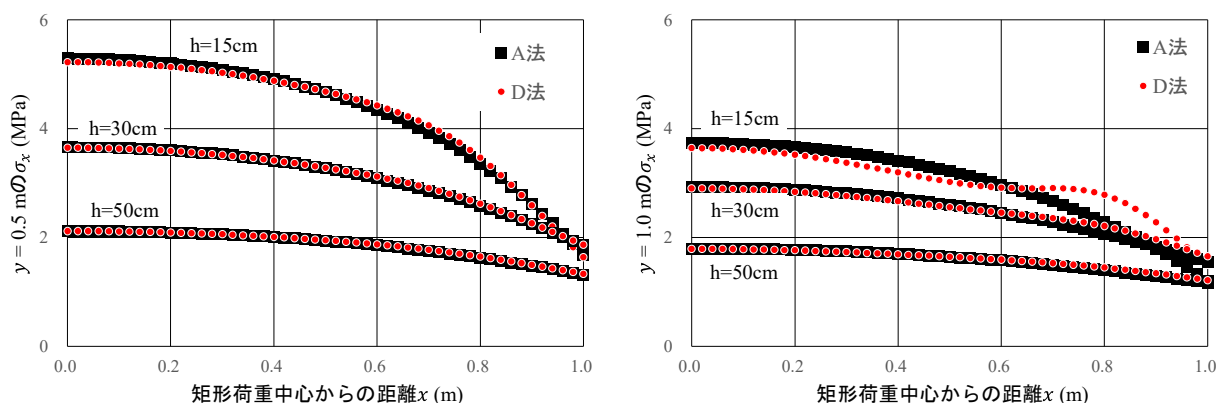


図-4.8 版下面の応力 $\sigma_x$ の分布（左が $y = 0.5$  m，右が $y = 1.0$  m， $\Delta x = 20$  mm）

D 法における荷重ユニット配置の影響を確認するため，D 法により図-4.9 のような  $2\text{m} \times 4\text{m}$  の矩形荷重について 3 ケースの解析を実施した．D 法ケース 1 は円形荷重が 10 個であり，応答が大きいと推測される原点付近に基本円の接点が配置され，原点からやや遠い $y$ 軸近傍に隅角円が配置されている．D 法ケース 2 は円形荷重が 25 個であり，原点付近に基本円の接点及び隅角円が配置されることを避けているが，原点からやや遠い $x$ 軸近傍に隅角円が配置されている．D 法ケース 3 は円形荷重が 55 個であり，原点， $x$ 軸近傍及び $y$ 軸近傍に基本円の接点及び隅角円を配置しないようにしたものである．コンクリート版厚は隙間の影響が表れやすい  $15$  cm とした．比較のための A 法については，原点近傍に基本円の接点が配置されないことを優先し，D 法ケース 2 と同様に 5 個の荷重ユニット配置とした．

図-4.10 に $x$ 軸上の応力 $\sigma_x$ 及び $\sigma_y$ の分布を示す．原点近傍に基本円の接点がある D 法ケース 1 の原点近傍の応力が A 法よりも若干小さくなっていること， $x = 1$  m あるいは  $2$  m 近傍に隅角円がある D 法ケース 2 の当該位置の応力が A 法よりも若干大きくなっていることがわかる．図-4.11 に $y$ 軸上の応力 $\sigma_x$ 及び $\sigma_y$ の分布を示す． $y = 1$  m 近傍に隅角円がある D 法ケース 1 の当該位置の応力が大幅に大きくなっていることがわかる．

以上の結果から，応答を出力したい位置の近傍には基本円の接点や隅角円を配置しないよう留意する必要がある．なお D 法の場合も 3.3 で述べたように応答の対称性等を考慮して解析を効率化することが可能である．

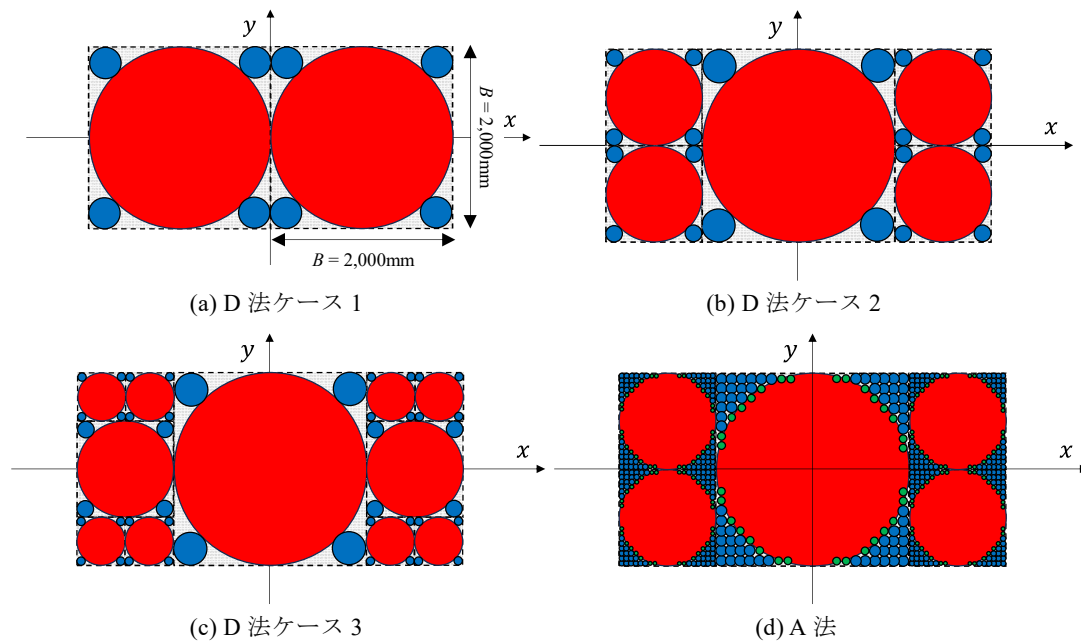


図-4.9 2 m×4 m の矩形荷重を模擬するための荷重ユニット配置

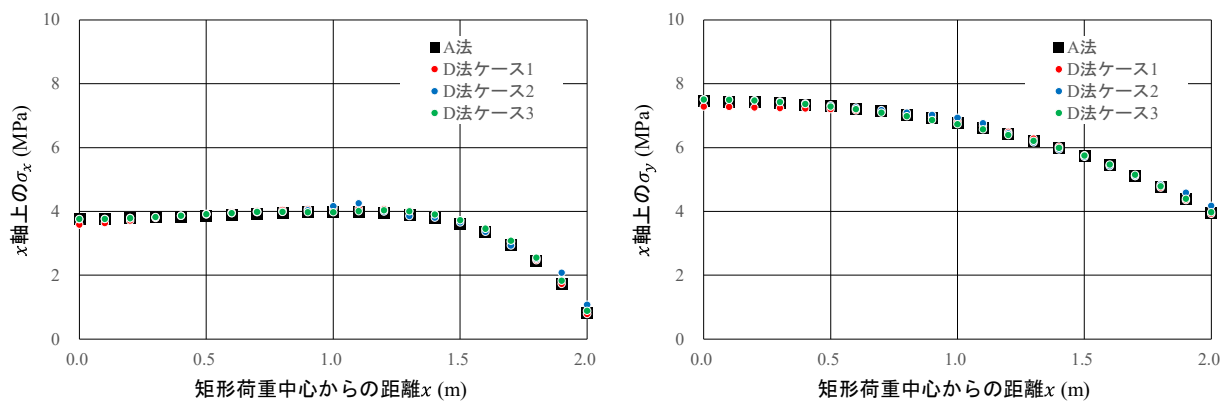


図-4.10 版下面の $x$ 軸上の応力分布 (左が $\sigma_x$ , 右が $\sigma_y$ ,  $\Delta x = 100$  mm)

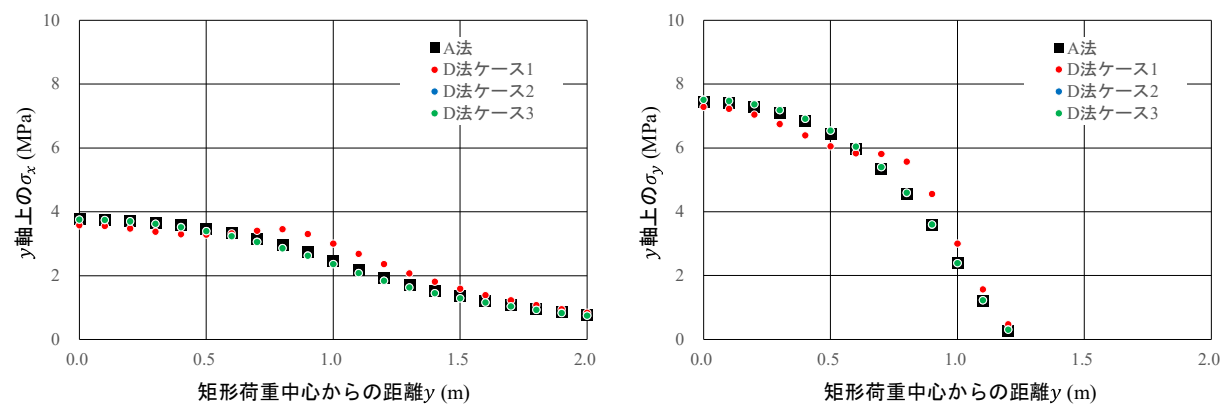


図-4.11 版下面の $y$ 軸上の応力分布 (左が $\sigma_x$ , 右が $\sigma_y$ ,  $\Delta x = 100$  mm)

#### 4.4 コンクリート舗装のまとめ

多数の円形荷重により矩形荷重を模擬したコンクリート舗装の多層弾性解析手法については、以下の通りである。

- ・ コンクリート舗装を対象とした解析では、正方形の荷重ユニットの中央に1つの基本円（半径 $R$ ）、四隅に4つの隅角円（半径 $r = 0.171573 \cdot R$ ）を敷き詰めるD法を用いることで、矩形荷重を模擬することが可能である。
- ・ D法の隅角円中心座標は $(x, y) = (\pm 0.828427 \cdot R, \pm 0.828427 \cdot R)$ であり、基本円と荷重ユニット端の両方に接するように配置する。また基本円の接地圧は補正しないが、隅角円の接地圧は矩形荷重の接地圧の2.3205倍に補正する。
- ・ D法の場合、基本円の接点や隅角円の近傍の解析精度は低下するため、荷重ユニットの大きさと配置を調整することで、応答を出力したい位置近傍には基本円の接点や隅角円を配置しないよう留意する必要がある。

#### 5. 結論

本研究における結論を以下に記す。

- (1) アスファルト舗装を対象とした場合、同一の半径の円形荷重を敷き詰めるB法を用いることで、矩形荷重を模擬することが可能である。この場合、予備解析を実施し、隙間の影響による周期的な変動が発生しない半径の円形荷重を用いる必要がある。
- (2) コンクリート舗装を対象とした場合、正方形の荷重ユニットの中央に1つの基本円、四隅に4つの隅角円を敷き詰めるD法を用いることで、矩形荷重を模擬することが可能である。ただし、基本円の接点や隅角円の近傍の解析精度は低下するため、荷重ユニットの大きさと配置を調整することで、応答を出力したい位置近傍には基本円の接点や隅角円を配置しないよう留意する必要がある。

#### 6. おわりに

コンクリート舗装の構造解析手法は、使用する舗装構造モデルの観点からみると、コンクリート版を支持する路盤以深の構造の取扱に応じて図-6.1のように二種類に大別される。一つ目はコンクリート版、路盤及び路床を多層弾性体として扱う【弾性基礎モデル】である。本研究で対象とした多層弾性解析プログラムGAMESが該当する。二つ目は、コンクリート版下に一様に分布した鉛直変位のみに応答する一次元バネで一層弾性体であるコンクリート版が支持される【Winkler基礎モデル】である。Westergaard, Pickett及びRayによる研究成果を基に福手が開発したWestergaard 載荷プログラム<sup>9)</sup>を再構築したプログラム<sup>6),7)</sup>が該当し、円形荷重、楕円形荷重、矩形荷重を設定することが可能である。なお、三次元有限要素解析プログラムは弾性基礎モデル<sup>2)</sup>及びWinkler基礎モデル<sup>1)</sup>の両方を扱うことが可能である。

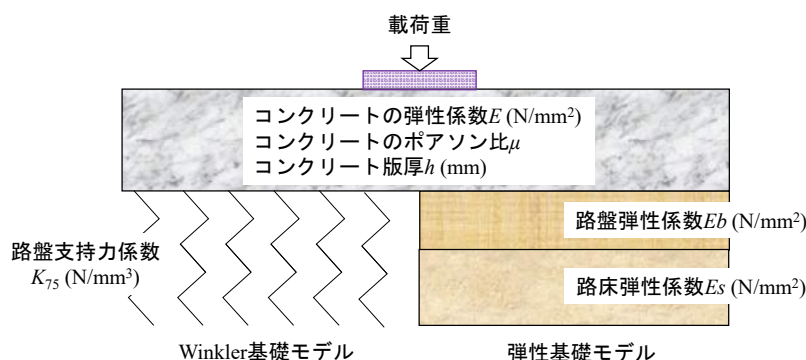


図-6.1 コンクリート舗装の Winkler 基礎モデルと弾性基礎モデル

両解析モデルに入力する解析条件の違いについて述べる。Winkler 基礎モデルの場合は、路盤及び路床の構造を、コンクリート版を支持する一次元バネの単位面積あたりのバネ係数に相当する路盤支持力係数 $K_{75}$ に換算することが必要となる。この $K_{75}$ の設定方法は二種類に大別され、一つ目は実際の路盤上で平板載荷試験を実施して $K_{75}$ を計測する方法、二つ目は路盤厚設計曲線から路盤厚を決定する際に設定した路盤上面での目標 $K_{75}$ を使用する方法である。後者の方法を採

用することが多いが、例えば路盤を強化するために弾性係数の高い路盤材料を採用する場合は路盤弾性係数の違いを反映しにくい等、汎用性に欠ける面がある。一方、本研究で対象とした弾性基礎モデルの場合は  $K_{75}$  を使用しないため、路盤及び路床の弾性係数、厚さ、ポアソン比を入力することで解析が可能となる。

コンクリート版に対する設計荷重の載荷位置の違いについて述べる。最初に道路コンクリート舗装の場合であるが、1955 年のセメント・コンクリート舗装要綱では隅角部載荷応力（版上面の引張応力）が採用されていたが、1964 年のセメント・コンクリート舗装要綱では自由縁部載荷応力（版下面の引張応力）に変更されている<sup>8),9)</sup>。次に空港コンクリート舗装の場合であるが、航空機が様々な位置を様々な方向へ走行する面的な舗装であることから、ほとんどの目地にはコンクリート版間の荷重伝達のためにダウエルバーやタイバーが設置されているため【空港においては、航空機の車輪が舗装の自由縁部を通過することは實際上ほとんどないであろう。また目地には適切な荷重伝達装置が施されているので、スラブは連続で一体となっていると考えてよいであろう】<sup>10)</sup>との考え方により、自由縁部載荷応力や隅角部載荷応力ではなく、中央部載荷応力（版下面の引張応力）が採用されている。一方、港湾コンクリート舗装の場合、最初期の道路コンクリート舗装の設計と同じ隅角部載荷応力が採用されており、港湾の施設の技術上の基準・同解説には最初期<sup>11)</sup>から現在<sup>12)</sup>に至るまで、コンクリート舗装の隅角部応力式の一つである Arlington 公式（Pickett の隅角公式）が掲載されている。しかしながら、前述の空港コンクリート舗装の特徴は港湾コンクリート舗装も同様であることから、設計荷重が大きい場合など、港湾コンクリート舗装の作用の分類（CP<sub>1</sub>～CP<sub>4</sub>）による版厚設計が適当ではない場合には、空港コンクリート舗装設計法を準用して中央部載荷による応力を採用した経験的設計法を用いるのがよいと考えられる。その場合には、弾性基礎モデル及び Winkler 基礎モデルの両方が解析可能な三次元有限要素解析プログラム<sup>13)</sup>の他、弾性基礎モデルの多層弾性解析プログラム GAMES、Winkler 基礎モデルの Westergaard 中央部載荷プログラムが使用できると考えられる。

(2025 年 11 月 7 日受付)

## 参考文献

- 1) 西澤辰男, 松野三朗: コンクリート舗装の構造解析における有限要素法の適用性について, 土木学会論文報告集, 第 338 号, 1983.
- 2) 西澤辰男: 3 次元 FEM に基づいたコンクリート舗装構造解析パッケージの開発, 土木学会舗装工学論文集, 第 5 巻, 2000.
- 3) 土木学会舗装工学委員会舗装構造小委員会編: 多層弾性理論による舗装構造解析入門-GAMES (General Analysis of Multi-layered Elastic Systems)を利用して-, 舗装工学ライブラリー3, 土木学会, 2005.
- 4) 小澤良明, 松井邦人: 矩形領域に等分布荷重が作用する舗装構造の理論解, 土木学会論文集 E, Vol.64, No.3, 2008.
- 5) 福手勤: 空港コンクリート舗装厚設計への電算プログラムの応用, 港湾技研資料, No.262, 1977.
- 6) 坪川将丈: コンクリート舗装の Westergaard 中央部載荷プログラムの改良, 国土技術政策総合研究所資料, No.1293, 2024.
- 7) 坪川将丈: コンクリート舗装の Westergaard 自由縁部載荷プログラムの再構築, 国土技術政策総合研究所資料, No.1313, 2025.
- 8) 岩間滋: コンクリート舗装の構造設計に関する実験的研究, 土木学会論文集, 第 111 号, 1964.
- 9) 小梁川雅: コンクリートの曲げ疲労特性およびその舗装設計への適用に関する研究, 東北大学博士論文, p.20, 1992.
- 10) 森口拓: 空港コンクリート舗装の構造設計法に関する一提案, 港湾技研資料, No.82, 運輸省港湾技術研究所, 1969.
- 11) 運輸省港湾局監修: 港湾の施設の技術上の基準・同解説, 日本港湾協会, p.8-190, 1979.
- 12) 国土交通省港湾局監修: 港湾の施設の技術上の基準・同解説, 日本港湾協会, p.1318, 2018.